

# 5. Gewinnfunktion

## 5.1 Grundlagen

## 5.2 Gewinnmaximum

## 5.3 grafische Darstellung

# 5. Gewinnfunktion › 5.1 Grundlagen

- **Gewinn:** Differenz von Umsatz und Kosten pro Periode
- **Gewinnfunktion:** funktionale Beziehung zwischen Gewinn ( $G$ ), Umsatz ( $U$ ) und Kosten ( $K$ ) pro Periode

$$G(x) = U(x) - K(x) = ax - bx^2 - (c + dx)$$

$$G(p) = U(p) - K(p) = \alpha p - \beta p^2 - (c + d * (\alpha - \beta p))$$

**beachte:**  $-(c + dx) = -c - dx$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 1

Eine Unternehmen verkauft 4.000 Produkte pro Woche, für je 60 €. Die variablen Stückkosten betragen 25 € und die Fixkosten 80.000 € pro Monat. Wie groß ist der Gewinn des Unternehmens pro Jahr?

- $x_{Jahr} = 4.000 * 52 = 208.000$
- $U_{Jahr} = 60 * 208.000 = 12.480.000 \text{ €}$
- $c_{Jahr} = 80.000 * 12 = 960.000 \text{ €}$
- $G_{Jahr} = 12.480.000 - 960.000 - 25 * 208.000$
- $G_{Jahr} = \underline{6.320.000 \text{ €}}$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 2

Ein Unternehmen erzielte im vergangenen Monat einem Umsatz von 87.500 € durch den Verkauf von 17.500 Produkten. Das Unternehmen nimmt an, maximal 20.000 Produkte pro Monat verkaufen zu können. Wie groß ist der Gewinn des Unternehmens in diesem Monat, nachdem das Unternehmen seinen Preis um 20 % erhöht hat? Die gesamten Stückkosten betragen 3,25 €.

- $U = px \rightarrow p = \frac{U}{x}$
- $p_1 = \frac{87.500}{17.500} = 5 \text{ €}$
- $\alpha = 20.000 \rightarrow x_1 = 17.500 = 20.000 - 5\beta \mid +5\beta - 17.500$
- $5\beta = 2.500 \mid /5$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 2

- $\beta = 500 \rightarrow x = 20.000 - 500p$
- $p_2 = p_1 * 1,2 = 5 * 1,2 = 6 \text{ €}$
- $x_2 = 20.000 - 500 * 6 = 17.000$
- $U_2 = 6 * 17.000 = 102.000 \text{ €}$
- **gesamte Stückkosten:**  $3,25 \text{ €} = \frac{K}{x} = \frac{K_2}{17.000} \mid * 17.000$
- $K_2 = 55.250 \text{ €}$
- $G_2 = 102.000 - 55.250 = \underline{\underline{46.750 \text{ €}}}$

# 5. Gewinnfunktion › 5.2 Gewinnmaximum

gewinnmaximale Absatzmenge:

$x = \alpha - \beta p, K = c + d * (\alpha - \beta p)$	$p = a - bx, K = c + dx$
gewinnmaximalen Absatzpreis bestimmen & einsetzen	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Gewinnfunktion nach <math>x</math> ableiten</li><li>2. Ableitung = 0 setzen</li><li>3. Ableitung nach <math>x</math> umstellen</li></ol>

- $G = ax - bx^2 - c - dx$
- $G' = a - 2bx - d = 0 \quad | +2bx$
- $2bx = a - d \quad | /2b$
- $\underline{x^* = \frac{a-d}{2b}}$

# 5. Gewinnfunktion › 5.2 Gewinnmaximum

	$x = \alpha - \beta p$	$p = a - bx$
<b>gewinnmaximale Absatzmenge</b>	$x^* = (\alpha - \beta d)/2$	$x^* = (a - d)/2b$
<b>gewinnmaximaler Absatzpreis</b>	$p^* = (\alpha + \beta d)/2\beta$	$p^* = (a + d)/2$
<b>Gewinnmaximum</b>	$U' = K'$	
	$\alpha - 2\beta p = -d\beta$	$a - 2bx = d$
<b>Grenzwinn</b>	$\alpha - 2\beta p + d\beta$	$a - 2bx - d$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 3

Wie hoch ist die Preiselastizität im Gewinnmaximum, wenn die Preis-Absatz-Funktion  $x = 1.000.000 - 50p$  und die Kostenfunktion  $K = 400.000 + 20x$  zugrunde liegen?

- $x = 1.000.000 - 50p \quad | \quad +50p - x$
- $50p = 1.000.000 - x \quad | \quad /50$
- $p = 20.000 - 0,02x \rightarrow U = 20.000x - 0,02x^2$
- $G = 20.000x - 0,02x^2 - 400.000 - 20x$
- $G' = 20.000 - 0,04x - 20 = 19.980 - 0,04x = 0 \quad | \quad +0,04x$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 3

Wie hoch ist die Preiselastizität im Gewinnmaximum, wenn die Preis-Absatz-Funktion  $x = 1.000.000 - 50p$  und die Kostenfunktion  $K = 400.000 + 20x$  zugrunde liegen?

- $0,04x = 19.980 \quad | \quad /0,04$
- $x^* = 499.500$
- $p^* = 20.000 - 0,02 * 499.500 = 10.010$
- $x' = -50 \rightarrow \varepsilon = -50 * \frac{10.010}{499.500}$
- $\varepsilon = \underline{\underline{-1,002}}$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 4

Ein Unternehmen möchte ein neues Produkt einführen, das für je 100 € verkauft werden soll. Die Marktforschungsabteilung geht von einem Prohibitivpreis von 200 € und einer Sättigungsmenge von 150 Stück aus. Die Fixkosten der Produktion betragen 10.000 € und die variablen Stückkosten liegen bei 20 €. Lohnt sich die Produkteinführung?

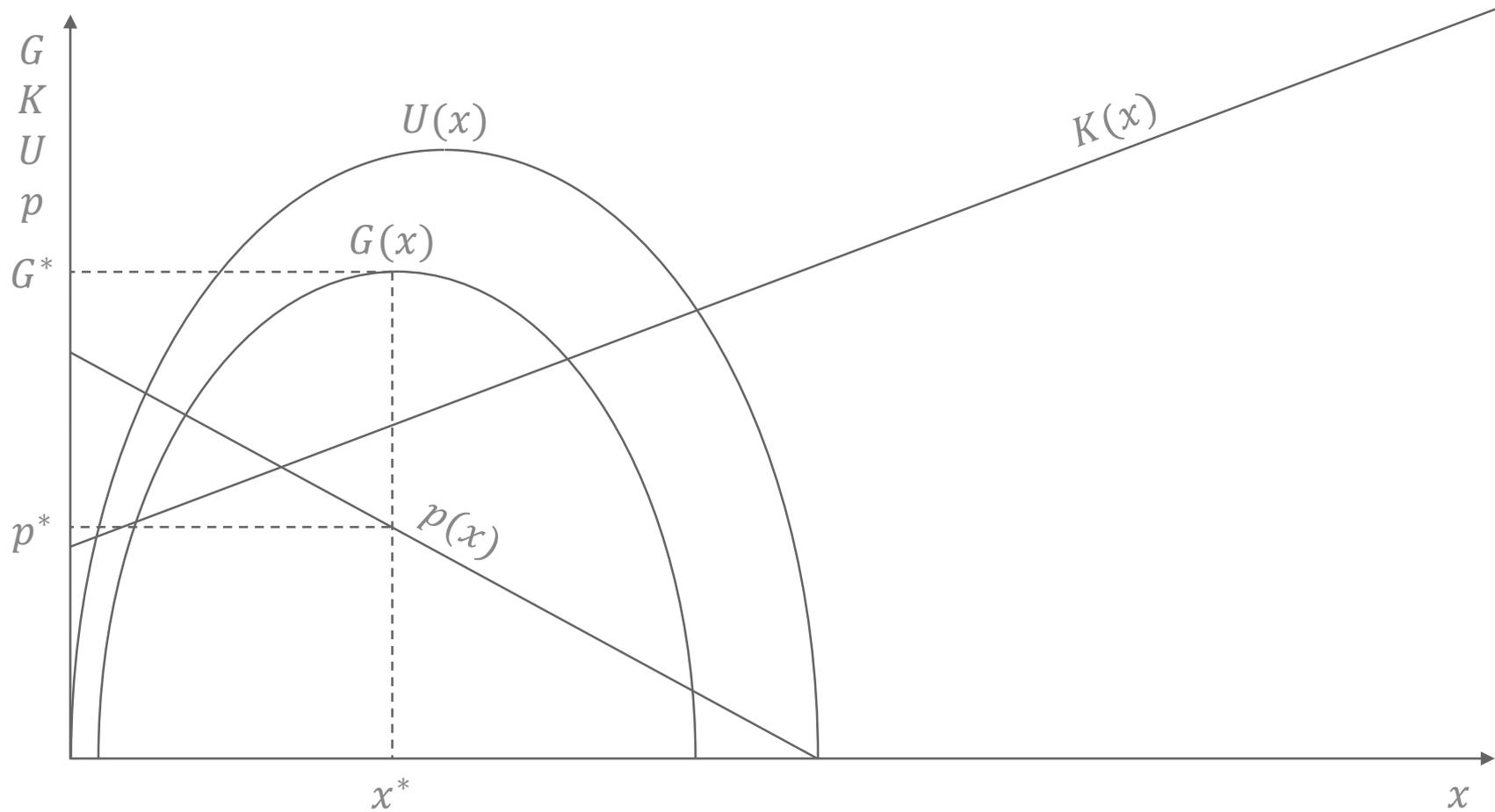
- **Prohibitivpreis:**  $200 = a$
- **Sättigungsmenge:**  $150 = \frac{a}{b} = \frac{200}{b} \quad | \cdot b$
- $150b = 200 \quad | /150$
- $b = \frac{4}{3}$
- $p = 100 = 200 - \frac{4}{3}x \quad | + \frac{4}{3}x - 100$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 4

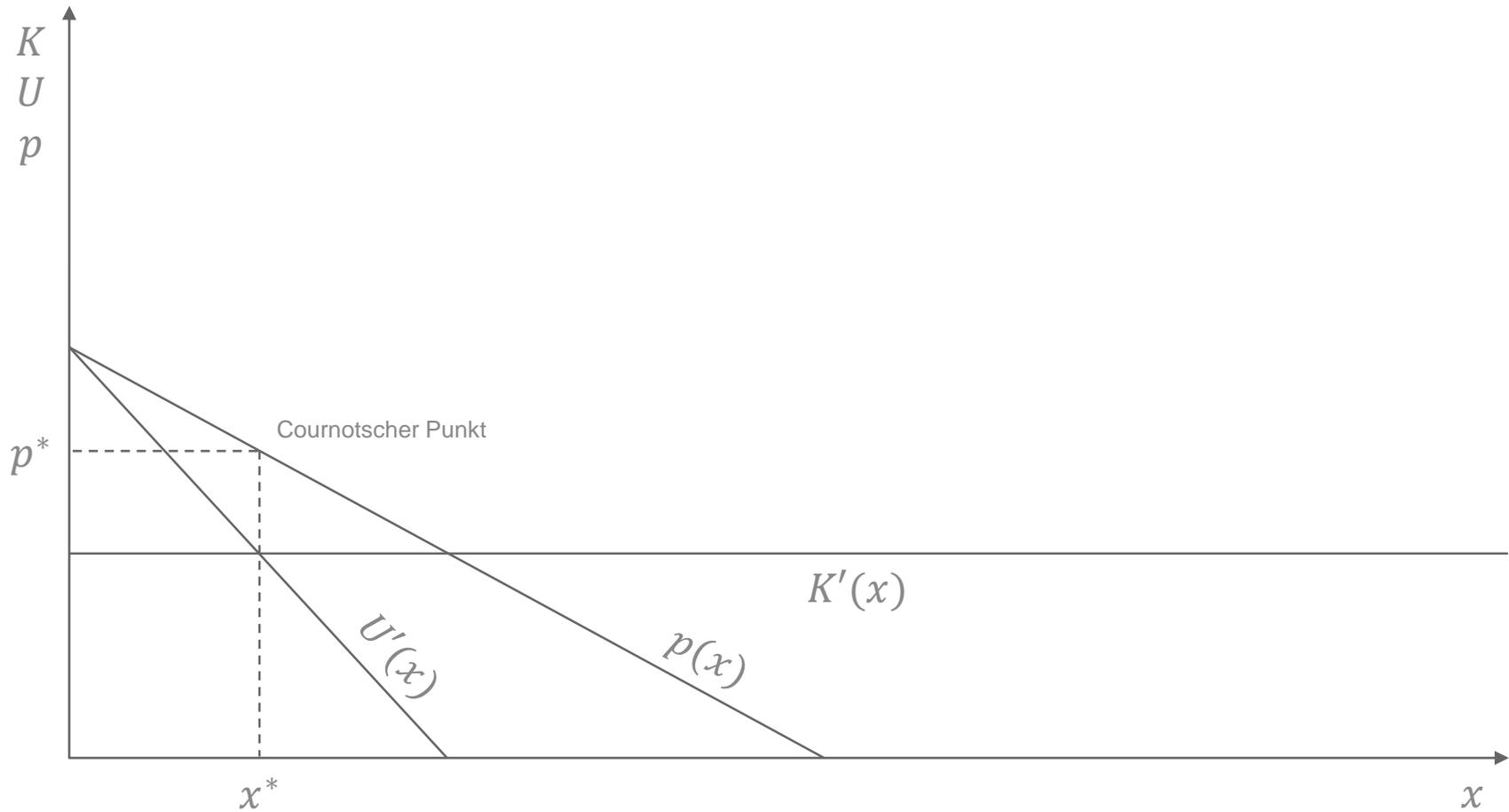
Ein Unternehmen möchte ein neues Produkt einführen, das für je 100 € verkauft werden soll. Die Marktforschungsabteilung geht von einem Prohibitivpreis von 200 € und einer Sättigungsmenge von 150 Stück aus. Die Fixkosten der Produktion betragen 10.000 € und die variablen Stückkosten liegen bei 20 €. Lohnt sich die Produkteinführung?

- $\frac{4}{3}x = 100 \quad | \quad / \frac{4}{3}$
- $x = 75$
- $U = 100 * 75 = 7.500 \text{ €}$
- $K = 10.000 + 20 * 75 = 11.500 \text{ €}$
- $G = 7.500 - 11.500 = -4.000 \text{ €} \rightarrow$  lohnt sich nicht (Verlust)!

# 5. Gewinnfunktion › 5.3 grafische Darstellung



# 5. Gewinnfunktion › 5.3 grafische Darstellung



## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 5

Eine Händlerin verkauft an 5 Tagen pro Woche gefüllte Obstkörbe auf dem Markt. Das Obst kauft sie für insgesamt 10 € pro Korb bei lokalen Landwirten und ein Korb kostet sie 3 €. Zu einem Preis von 20 € verkauft die Händlerin aktuell 40 gefüllte Obstkörbe am Tag. Die Standgebühr auf dem Markt beträgt 250 € pro Woche. Aus Erfahrung weiß die Händlerin, dass sie ab einem Preis von 30 € keine Obstkörbe mehr verkauft. Sollte die Händlerin ihren Preis anpassen, wenn sie ihren Gewinn maximieren will?

- **Prohibitivpreis:**  $30 = a$
- $p = 20 = 30 - 40b \quad | \quad +40b - 20$
- $40b = 10 \quad | \quad /40$
- $b = 0,25 \rightarrow p = 30 - 0,25x$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 5

- $p = 30 - 0,25x \rightarrow U = 30x - 0,25x^2$
- $c_{Tag} = \frac{250}{5} = 50 \text{ €}$
- $d = 10 + 3 = 13 \text{ €}$
- $K = 50 + 13x$
- $G = 30x - 0,25x^2 - 50 - 13x = 17x - 0,25x^2 - 50$

## 5. Gewinnfunktion › Aufgabe 5

- $G = 17x - 0,25x^2 - 50 \rightarrow G' = 17 - 0,5x = 0 \mid +0,5x$
- $0,5x = 17 \mid /0,5$
- $x^* = 34$
- $p = 30 - 0,25 * 34$
- $p^* = \underline{21,5 \text{ €}}$