Investitionsrechnung II

1. Annuitätenmethode

2. (ewige) Rente

3. Übungsaufgaben

1. Annuitätenmethode › 1.1 Grundlagen

Eine **Annuität (A)** ist eine regelmäßige Zahlung in gleicher Höhe. Mit der Annuitätenmethode wird die Höhe dieser Zahlung berechnet.

Ein **Annuitätendarlehen** ist ein Kredit, bei dem in jeder Periode ein gleichbleibender Betrag zurückgezahlt wird. Mit der Annuitätenmethode wird die Höhe dieser Zahlung berechnet, sodass der Darlehensbetrag am Ende der Laufzeit zurückgezahlt wurde. Die Zahlungen setzen sich aus einem Zinsanteil (Gebühr) und einem **Tilgungsanteil** (Rückzahlung) zusammen.

Mit der Annuitätenmethode kann außerdem der **Kapitalwert** einer Investition auf eine Periode bezogen werden. So lassen sich Kapitalwerte von Investitionen mit unterschiedlichen Laufzeiten vergleichen.

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Variablen:

- i: (Kalkulations-) Zinssatz
- n: Periode
- D: Darlehensbetrag

Annuitätendarlehen (Tilgungsplan):

1. $Zinsen_n = Schuld_{n-1} * i$
2. $Tilgung_n = A - Zinsen_n$
3. $Schuld_n = Schuld_{n-1} - Tilgung_n$

Formel:

$$A = \frac{i * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} * D \; bzw. K_0$$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Wie hoch sind der Kapitalwert und die Annuität folgender Investition bei einem Kalkulationszinssatz von 7 % und einer Anfangsauszahlung von 1.300 €?

$\boldsymbol{n}$	1	2	3
$\boldsymbol{e_n}$	600 €	850 €	1.200 €
$\boldsymbol{a_n}$	250 €	300 €	350 €

- $K_0 = -1.300 + \frac{600-250}{1{,}07} + \frac{850-300}{1{,}07^2} + \frac{1.200-350}{1{,}07^3}$
- $K_0 \approx \underline{201{,}35}$
- $A = \frac{i*(1+i)^n}{(1+i)^n-1} * K_0$
- $A = \frac{0{,}07*1{,}07^3}{1{,}07^3-1} * 201{,}35$
- $A \approx \underline{76{,}72}$

Eine **Rente** ist ebenfalls eine regelmäßige Zahlung in gleicher Höhe. Der **Rentenbarwert** (E) ist der abgezinste (heutige) Wert dieser Zahlungen.

Ab ca. 30 Perioden wird von einer **ewigen Rente** gesprochen. Somit kann die Berechnung des Rentenbarwertes vereinfacht werden…

Variablen:

- c: Rentenbetrag
- i: Kalkulationszinssatz

Formel:

- $E = \frac{c}{i}$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Eine Eigentumswohnung kostet 235.000 €. Die Nutzungsdauer der Wohnung beträgt 50 Jahre und die monatlichen Mieteinnahmen betragen 1.100 €. Lohnt sich der Kauf dieser Wohnung bei Kaufnebenkosten von 15.000 € und einem Kalkulationszinssatz von 5,5 % pro Jahr?

- $E = \frac{c}{i}$
- $E = \frac{1.100 * 12}{0{,}055}$
- $E = \underline{240.000\ €}$
- **Kaufpreis zzgl. Nebenkosten:** $235.000 + 15.000 = \underline{250.000\ €}$

Antwort: Nein, der Kauf lohnt sich nicht, da der Barwert der Mieteinnahmen kleiner als der Kaufpreis zzgl. Nebenkosten ist.

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 1

Ein Paar hat 80.000 € gespart und möchte diesen Betrag in den Kauf eines 320.000 € teuren Hauses einbringen. Die Differenz soll über ein Annuitäten-darlehen finanziert werden, welches einen Zinssatz von 1,9 % pro Jahr über 10 Jahre garantiert. Durch ihre beiden Einkommen könnte sich das Paar eine jährliche Rate von maximal 20.000 € leisten.

a) Kann sich das Paar die jährliche Rate leisten, wenn das Haus nach 10 Jahren abbezahlt sein soll?

b) Wie hoch wäre die jährliche Rate, wenn nach 10 Jahren eine Restschuld von 100.000 € verbleibt? Diese 100.000 € werden über die 10 Jahre nicht zurückgezahlt, es müssen aber Zinsen darauf gezahlt werden.

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 1 a)

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Ein Paar hat 80.000 € gespart und möchte diesen Betrag in den Kauf eines 320.000 € teuren Hauses einbringen. Die Differenz soll über ein Annuitäten-darlehen finanziert werden, welches einen Zinssatz von 1,9 % pro Jahr über 10 Jahre garantiert. Durch ihre beiden Einkommen könnte sich das Paar eine jährliche Rate von maximal 20.000 € leisten.

a) Kann sich das Paar die jährliche Rate leisten, wenn das Haus nach 10 Jahren abbezahlt sein soll?

- $D = 320.000 - 80.000 = 240.000\ €$
- $A = \frac{0{,}019 * 1{,}019^{10}}{1{,}019^{10} - 1} * 240.000$
- $A \approx \underline{26.578{,}77\ €}$

Antwort: Nein, die jährliche Rate übersteigt ihr Maximum.

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Ein Paar hat 80.000 € gespart und möchte diesen Betrag in den Kauf eines 320.000 € teuren Hauses einbringen. Die Differenz soll über ein Annuitätendarlehen finanziert werden, welches einen Zinssatz von 1,9 % pro Jahr über 10 Jahre garantiert. Durch ihre beiden Einkommen könnte sich das Paar eine jährliche Rate von maximal 20.000 € leisten.

b) Wie hoch wäre die jährliche Rate, wenn nach 10 Jahren eine Restschuld von 100.000 € verbleibt? Diese 100.000 € werden über die 10 Jahre nicht zurückgezahlt, es müssen aber Zinsen darauf gezahlt werden.

- $D = 320.000 - 80.000 - 100.000 = 140.000\ €$
- $A = \frac{0{,}019 * 1{,}019^{10}}{1{,}019^{10} - 1} * 140.000 + 100.000 * 0{,}019$
- $A \approx \underline{17.404{,}28\ €}$

Bei einer Lotterie kann entweder ein einmaliges Preisgeld in Höhe von 200.000 € oder eine lebenslange ($n > 30$) jährliche Zahlung in Höhe von 10.000 € gewonnen werden. Welcher Gewinn ist zu bevorzugen, wenn der Kalkulationszinssatz 4,7 % beträgt?

- $E = \frac{10.000}{0{,}047}$
- $E \approx \underline{212.765{,}96\ €}$

Antwort: Die lebenslange jährliche Zahlung ist zu bevorzugen, da ihr Barwert höher ist, als das einmalige Preisgeld.

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 3

Investitionsobjekt B hat eine Nutzungsdauer von 4 Jahren. Nach einer Anfangs-auszahlung von 300.000 € generiert dieses Investitionsobjekt jährlich 120.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Investitionsobjekt C hat eine Nutzungsdauer von 2 Jahren. Nach einer Anfangsauszahlung von 150.000 € generiert dieses Investi-tionsobjekt jährlich 115.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Der Kalkulations-zinssatz beträgt 12 %.

a) Welches Investitionsobjekt ist auf Basis der Kapitalwertmethode zu bevorzugen?

b) Welche Investitionsobjekt ist auf Basis der Annuitätenmethode zu bevorzugen und warum?

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 3 a)

Investitionsobjekt B hat eine Nutzungsdauer von 4 Jahren. Nach einer Anfangsauszahlung von 300.000 € generiert dieses Investitionsobjekt jährlich 120.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Investitionsobjekt C hat eine Nutzungsdauer von 2 Jahren. Nach einer Anfangsauszahlung von 150.000 € generiert dieses Investitionsobjekt jährlich 115.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Der Kalkulationszinssatz beträgt 12 %.

a) Welches Investitionsobjekt ist auf Basis der Kapitalwertmethode zu bevorzugen?

- $K_{0B} = -300.000 + \frac{120.000}{1{,}12} + \frac{120.000}{1{,}12^2} + \frac{120.000}{1{,}12^3} + \frac{120.000}{1{,}12^4} \approx \underline{64.481{,}92}$

- $K_{0C} = -150.000 + \frac{115.000}{1{,}12} + \frac{115.000}{1{,}12^2} \approx \underline{44.355{,}87}$

Antwort: Investitionsobjekt B ist zu bevorzugen, da es den höheren Kapitalwert hat.

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 3 b)

Investitionsobjekt B hat eine Nutzungsdauer von 4 Jahren. Nach einer Anfangsauszahlung von 300.000 € generiert dieses Investitionsobjekt jährlich 120.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Investitionsobjekt C hat eine Nutzungsdauer von 2 Jahren. Nach einer Anfangsauszahlung von 150.000 € generiert dieses Investitionsobjekt jährlich 115.000 € an Einzahlungsüberschüssen. Der Kalkulationszinssatz beträgt 12 %.

b) Welche Investitionsobjekt ist auf Basis der Annuitätenmethode zu bevorzugen und warum?

- $A_B = \frac{0{,}12 * 1{,}12^4}{1{,}12^4 - 1} * 64.481{,}92 \approx \underline{21.229{,}67}$
- $A_C = \frac{0{,}12 * 1{,}12^2}{1{,}12^2 - 1} * 44.355{,}87 \approx \underline{26.245{,}28}$

Antwort: Investitionsobjekt C ist zu bevorzugen, da es die höhere Annuität hat. Der niedrigere Kapitalwert wird in der Hälfte der Zeit erzielt. C könnte in vier Jahren somit zweimal durchgeführt werden.

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Ein Unternehmer plant, in ein Forschungszentrum zu investieren, das über die nächsten 40 Jahre konstante Einnahmen von 200.000 € pro Jahr generieren soll. Die Baukosten betragen 5 Mio. €. Wie hoch muss der Kalkulationszinssatz sein, damit sich die Investition lohnt?

- $5.000.000 < \frac{200.000}{i} \mid * i, \ /5.000.000$ (Investition < abgezinste Einnahmen)
- $\underline{i < 0{,}04}$

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 5

Ein Unternehmen nimmt einen Kredit in Höhe von 6,5 Mio. € auf, der in fünf gleich hohen jährlichen Raten vollständig zurückzuzahlen ist. Der Kreditzinssatz beträgt 4,3 % pro Jahr. Wie sieht der vollständige Tilgungsplan des Kredites aus? Wie verändert sich die Höhe von Zinsen und Tilgung über die Jahre und warum?

- $A = \frac{0{,}043 * 1{,}043^5}{1{,}043^5 - 1} * 6.500.000$
- $A = 1.472.403{,}30$ €
- $Zinsen_1 = 6.500.000 * 0{,}043 = 279.500$ €
- $Tilgung_1 = 1.472.403{,}30 - 279.500 = 1.192.903{,}30$ €
- $Schuld_1 = 6.500.000 - 1.192.903{,}30 = 5.307.096{,}70$ €

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 5

Ein Unternehmen nimmt einen Kredit in Höhe von 6,5 Mio. € auf, der in fünf gleich hohen jährlichen Raten vollständig zurückzuzahlen ist. Der Kreditzinssatz beträgt 4,3 % pro Jahr. Wie sieht der vollständige Tilgungsplan des Kredites aus? Wie verändert sich die Höhe von Zinsen und Tilgung über die Jahre und warum?

Jahr	Zinsen	Tilgung	Schuld
1	279.500,00 €	1.192.903,30 €	5.307.096,70 €
2	228.205,16 €	1.244.198,14 €	4.062.898,56 €
3	174.704,64 €	1.297.698,66 €	2.765.199,90 €
4	118.903,60 €	1.353.499,70 €	1.411.700,20 €
5	60.703,11 €	1.411.700,19 €	0,01 €

- **Zinsen sinken,** da durch vorherige Tilgungen immer weniger geschuldet wird
- **Tilgung steigt,** da Zinsen sinken, während Annuität konstant bleibt

3. Übungsaufgaben › Aufgabe 6

Eine Investorin überlegt 12,5 Mio. € in ein Gewerbeimmobilienprojekt zu investieren, das ewige konstante Mieteinnahmen generieren soll. Ihr Kalkulationszinssatz beträgt 4,5 % pro Jahr. Zusätzlich zu den Einnahmen fallen jährliche Betriebskosten von 250.000 € an, die aus den Mieteinnahmen gedeckt werden müssen. Wie hoch müssen die jährlichen Mieteinnahmen sein, damit sich die Investition lohnt?

- $12.500.000 < \frac{c - 250.000}{0,045} \mid * 0,045$
- $562.500 < c - 250.000 \mid +250.000$
- $\underline{c > 812.500\ €}$