

# Investitionsrechnung I

1. Grundlagen
2. Kapitalwertmethode
3. Methode des internen Zinsfußes
4. Übungsaufgaben

# 1. Grundlagen

Eine **Investition** ist die Verwendung von Geld, mit dem Ziel dieses zu vermehren (z.B. durch Kauf einer Produktionsmaschine & Verkauf der Produkte).

Die **Investitionsrechnung** soll dabei Handlungsempfehlungen geben (z.B. In was, wann oder wo soll investiert werden?).

- **Frage:** Was ist besser, heute oder in 5 Jahren 1.000 € bekommen?
- **Antwort:** heute 1.000 € bekommen!
  - Opportunitätskosten (1.000 € können heute investiert werden)
  - Risikoprämie (Berücksichtigung des Risikos von Insolvenz, Inflation & Tod)

# 1. Grundlagen



- **Frage:** Was ist besser, heute 1.000 € oder in 5 Jahren 1.500 € bekommen, wenn Geld zu 10 % pro Jahr sicher angelegt werden kann?
- **Herangehensweise:** Vergleich beider Optionen zum selben Zeitpunkt (in 5 Jahren oder heute, vgl. exponentielle Verzinsung)
  - **Aufzinsung:**  $1.000 * 1,1^5 = 1.610,51 > 1.500 \rightarrow \underline{1.000 \text{ € heute}}$
  - **Abzinsung:**  $\frac{1.500}{1,1^5} \approx 931,38 < 1.000 \rightarrow \underline{1.000 \text{ € heute}}$

Mit der **Abzinsung** wird berechnet, wieviel eine zukünftige Zahlung heute wert ist (Zeitwert des Geldes), unter Berücksichtigung eines Vergleichs-/Kalkulationszinssatzes (z.B. Zinssatz/Rendite von sicheren Staatsanleihen).

## 2. Kapitalwertmethode › 2.1 Grundlagen

Der **Kapitalwert** ( $K_0$ ) einer Investition ist die Summe aller ihrer auf die Gegenwart abgezinsten Ein- und Auszahlungen.

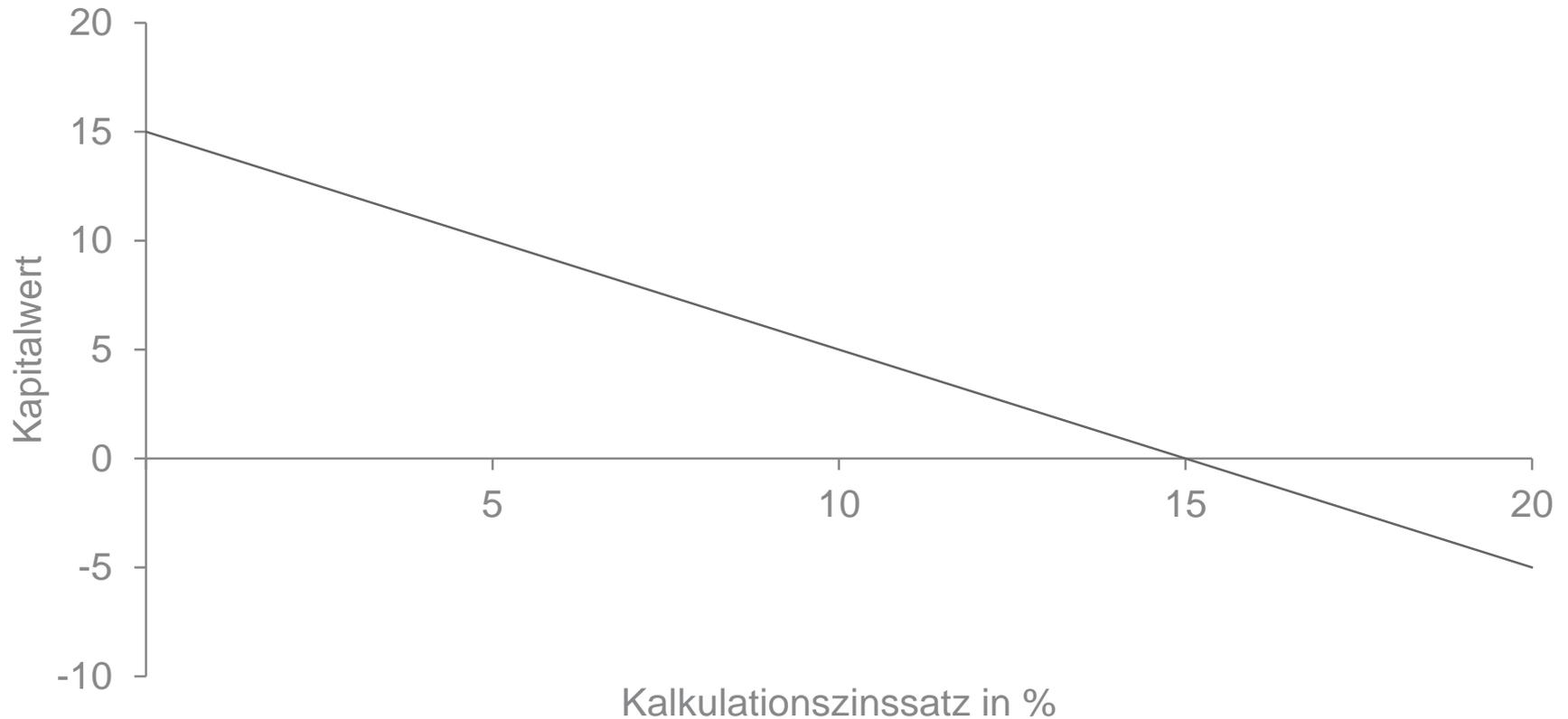
**Interpretation:** betrachtete Investition ist ..., als/wie Anlage zum Kalkulationszinssatz

- $K_0 > 0 \rightarrow$  lukrativer
- $K_0 = 0 \rightarrow$  genauso lukrativ
- $K_0 < 0 \rightarrow$  weniger lukrativ

Der Kapitalwert kann somit als **heutiger Wert zukünftiger Zahlungen** interpretiert werden.

## 2. Kapitalwertmethode › 2.1 Grundlagen

grafische Darstellung:



## 2. Kapitalwertmethode › 2.2 Variablen & Formel



### Variablen:

- $A_0$ : Anfangsauszahlung
- $R$ : Restwert (Maschine)
- $e_n$ : Einzahlung(en) Periode
- $i$ : Kalkulationszinssatz
- $a_n$ : Auszahlung(en) Periode
- $n$ : Periode
- $e_n - a_n$ : Einzahlungsüberschuss bzw. -defizit Periode

### Formel:

$$K_0 = -A_0 + \frac{e_1 - a_1}{(1+i)^1} + \frac{e_2 - a_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{e_n - a_n}{(1+i)^n} + \frac{R}{(1+i)^n}$$

## 2. Kapitalwertmethode › 2.3 Beispielaufgabe

Eine Produktionsmaschine kostet 37.900 €. Die hergestellten Produkte werden für je 4,30 € verkauft. Die Herstellung eines Produktes kostet 1,65 €. Die Wartung der Maschine kostet 450 € pro Jahr. Nach 5 Jahren soll die Maschine für voraussichtlich 29.800 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine bei einem Kalkulationszinssatz von 3,2 % und folgenden Verkaufsmengen?

Jahr	1	2	3	4	5
Stück	150	465	1.030	1.840	2.390

## 2. Kapitalwertmethode › 2.3 Beispielaufgabe

### 1. Zahlungsreihe aufstellen:

Jahr	1	2	3	4	5
$a_n$	450,00 €	450,00 €	450,00 €	450,00 €	450,00 €
$e_n$	397,50 €	1.232,25 €	2.729,50 €	4.876,00 €	6.333,50 €
$R$					29.800,00 €
$e_n - a_n + R$	-52,50 €	782,25 €	2.279,50 €	4.426,00 €	35.683,50 €

$$4,30 \text{ €} - 1,65 \text{ €} = 2,65 \text{ €}$$
$$2,65 \text{ €} * 150 \text{ Stück} = 397,50 \text{ €}$$

## 2. Kapitalwertmethode › 2.3 Beispielaufgabe

### 2. Kapitalwert berechnen:

- $$K_0 = -A_0 + \frac{e_1 - a_1}{(1+i)^1} + \frac{e_2 - a_2}{(1+i)^2} + \frac{e_3 - a_3}{(1+i)^3} + \frac{e_4 - a_4}{(1+i)^4} + \frac{e_5 - a_5 + R}{(1+i)^5}$$
- $$K_0 = -37.900 - \frac{52,5}{1,032} + \frac{782,25}{1,032^2} + \frac{2.279,5}{1,032^3} + \frac{4.426}{1,032^4} + \frac{35.683,5}{1,032^5}$$
- $$K_0 \approx \underline{\underline{-756,58 \text{ (€)}}}$$

### 3. Handlungsempfehlung geben:

Eine Investition in die Maschine lohnt sich nicht, da der Kapitalwert der Investition negativ ist. Die Investition sollte nicht durchgeführt werden. Das Geld sollte stattdessen lieber zum Kalkulationszinssatz angelegt werden.

### 3. Methode des internen Zinsfußes

Der **interne Zinsfuß** ( $r$ ) ist der Kalkulationszinssatz, bei dessen Verwendung der Kapitalwert einer Investition null wird.

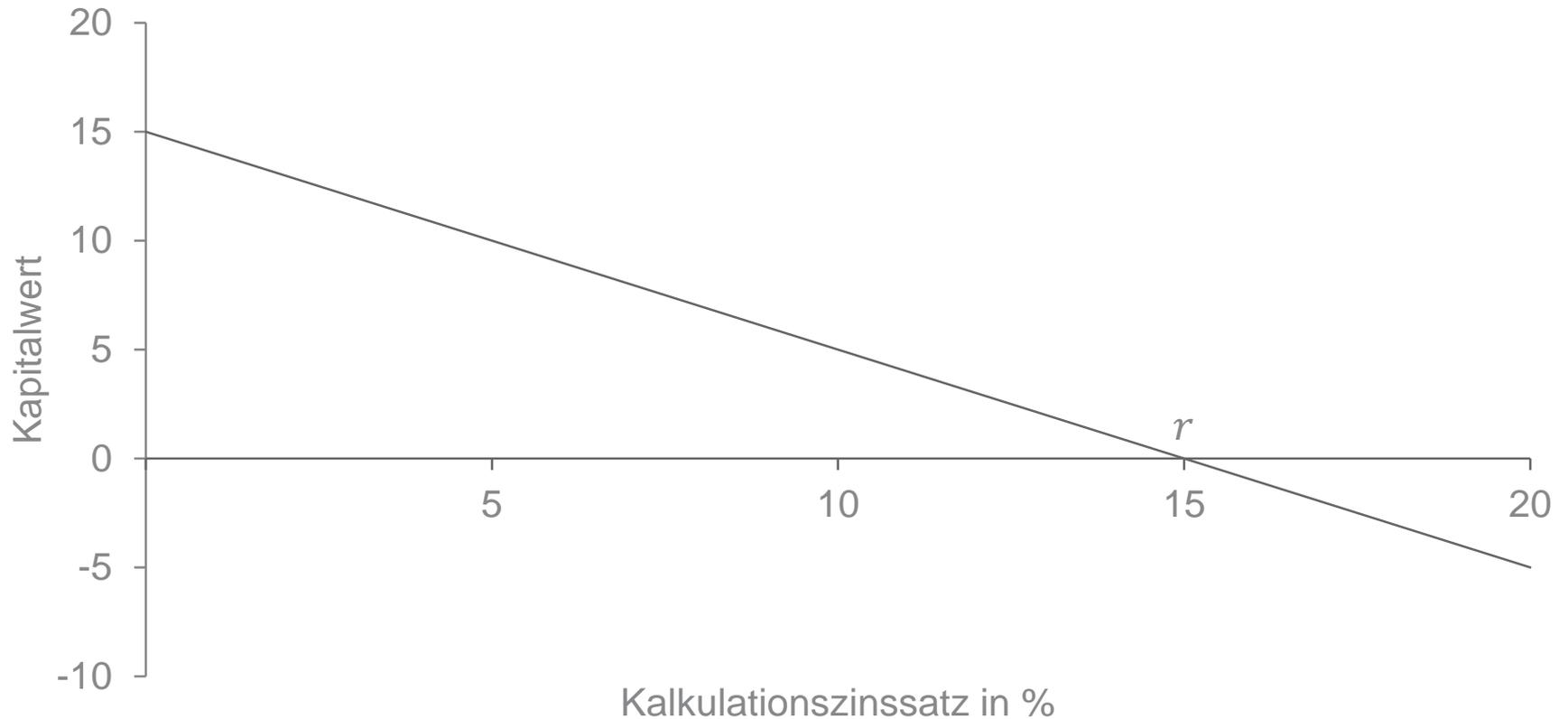
**Interpretation:** betrachtete Investition ist ..., als/wie Anlage zum Kalkulationszinssatz

- $r > i \rightarrow$  lukrativer
- $r = i \rightarrow$  genauso lukrativ
- $r < i \rightarrow$  weniger lukrativ

Der interne Zinsfuß kann somit als **relative Rendite** interpretiert werden.

# 3. Methode des internen Zinsfußes

grafische Darstellung:



## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 1

Eine Investition mit einer Anfangsauszahlung von 10.000 € erwirtschaftet folgende Einzahlungsüberschüsse bzw. -defizite:

Jahr	1	2	3
Überschuss/Defizit	-1.000 €	3.000 €	9.000 €

Lohnt sich die Investition bei einem Kalkulationszinssatz von 3 %?

- $K_0 = -10.000 - \frac{1.000}{1,03} + \frac{3.000}{1,03^2} + \frac{9.000}{1,03^3}$
- $K_0 \approx \underline{93,19}$

**Antwort:** Die Investition lohnt sich, da ihr Kapitalwert positiv ist.

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 2

Ein Unternehmen möchte eine neue Software auf den Markt bringen. Die Entwicklungskosten werden voraussichtlich 3 Mio. € betragen. Die Nutzung dieser Software soll Nutzer monatlich 10 € kosten. Sollte die Software, unter Berücksichtigung folgender Annahmen, entwickelt werden, wenn der Kalkulationszinssatz 4,5 % beträgt?

Jahr	1	2	3	4
<b>Auszahlungen für Marketing</b>	100.000 €	60.000 €	20.000 €	10.000 €
<b>Auszahlungen für Server</b>	50.000 €	20.000 €	10.000 €	5.000 €
<b>Nutzerzahl</b>	3.500	5.000	7.500	8.500
<b>Einzahlungen</b>	420.000 €	600.000 €	900.000 €	1.020.000 €

$$\text{Einzahlungen: } 10 \frac{\text{€}}{\text{Monat}} * 12 \frac{\text{Monate}}{\text{Jahr}} * \text{Nutzerzahl}$$

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 2

Ein Unternehmen möchte eine neue Software auf den Markt bringen. Die Entwicklungskosten werden voraussichtlich 3 Mio. € betragen. Die Nutzung dieser Software soll Nutzer monatlich 10 € kosten. Sollte die Software, unter Berücksichtigung folgender Annahmen, entwickelt werden, wenn der Kalkulationszinssatz 4,5 % beträgt?

Jahr	1	2	3	4
<b>Auszahlungen für Marketing</b>	100.000 €	60.000 €	20.000 €	10.000 €
<b>Auszahlungen für Server</b>	50.000 €	20.000 €	10.000 €	5.000 €
<b>Nutzerzahl</b>	3.500	5.000	7.500	8.500
<b>Einzahlungen</b>	420.000 €	600.000 €	900.000 €	1.020.000 €
<b>Einzahlungsüberschuss</b>	270.000 €	520.000 €	870.000 €	1.005.000 €

**Einzahlungsüberschuss:** *Einzahlungen – Marketing – Server*

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 2

Ein Unternehmen möchte eine neue Software auf den Markt bringen. Die Entwicklungskosten werden voraussichtlich 3 Mio. € betragen. Die Nutzung dieser Software soll Nutzer monatlich 10 € kosten. Sollte die Software, unter Berücksichtigung folgender Annahmen, entwickelt werden, wenn der Kalkulationszinssatz 4,5 % beträgt?

Jahr	1	2	3	4
<b>Einzahlungsüberschuss</b>	270.000 €	520.000 €	870.000 €	1.005.000 €

- $$K_0 = -3 \text{ Mio.} + \frac{270.000}{1,045} + \frac{520.000}{1,045^2} + \frac{870.000}{1,045^3} + \frac{1.005.000}{1,045^4}$$
- $$K_0 \approx \underline{\underline{-660.315,02}}$$

**Antwort:** Die Software sollte nicht entwickelt werden, da der Kapitalwert dieser Investition negativ ist.

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 3

Wie hoch sind der Kapitalwert und die Rendite einer Investition mit einer Anfangsauszahlung von 13.519,91 € und folgenden Einzahlungsüberschüssen bei einem Kalkulationszinssatz von 10 %?

Jahr	1	2	3
Überschuss/Defizit	4.500 €	5.500 €	6.500 €

- $K_0 = -13.519,91 + \frac{4.500}{1,1} + \frac{5.500}{1,1^2} + \frac{6.500}{1,1^3}$
- $K_0 \approx \underline{-0,00016} \rightarrow r \approx \underline{10\%}$

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Eine Produktionsmaschine kostet 85.000 €. Lieferung, Aufbau und Anschluss der Maschine kosten zusammen 3.500 €. Im ersten Jahr verursacht die Maschine 2.000 € an laufenden Kosten (z.B. für Strom), die in den folgenden Jahren um jeweils 10 % sinken. Nach 5 Jahren soll die Maschine für 35.000 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine, verglichen mit einer anderen Maschine, die eine Rendite von 10 % pro Jahr verspricht?

Jahr	1	2	3	4	5
Stückzahl	4.300	6.800	7.900	10.400	17.600
Verkaufspreis	6,00 €	6,00 €	5,50 €	5,00 €	4,00 €
variable Stückkosten	3,20 €	3,10 €	3,10 €	3,05 €	2,90 €
Einzahlungen	25.800 €	40.800 €	43.450 €	52.000 €	70.400 €

**Einzahlungen:** Stückzahl \* Verkaufspreis

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Eine Produktionsmaschine kostet 85.000 €. Lieferung, Aufbau und Anschluss der Maschine kosten zusammen 3.500 €. Im ersten Jahr verursacht die Maschine 2.000 € an laufenden Kosten (z.B. für Strom), die in den folgenden Jahren um jeweils 10 % sinken. Nach 5 Jahren soll die Maschine für 35.000 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine, verglichen mit einer anderen Maschine, die eine Rendite von 10 % pro Jahr verspricht?

Jahr	1	2	3	4	5
Stückzahl	4.300	6.800	7.900	10.400	17.600
Verkaufspreis	6,00 €	6,00 €	5,50 €	5,00 €	4,00 €
variable Stückkosten	3,20 €	3,10 €	3,10 €	3,05 €	2,90 €
Einzahlungen	25.800 €	40.800 €	43.450 €	52.000 €	70.400 €
laufende Kosten	2.000,00 €	1.800,00 €	1.620,00 €	1.458,00 €	1.312,20 €

**laufende Kosten:**  $2.000 * 0,9$  usw.

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Eine Produktionsmaschine kostet 85.000 €. Lieferung, Aufbau und Anschluss der Maschine kosten zusammen 3.500 €. Im ersten Jahr verursacht die Maschine 2.000 € an laufenden Kosten (z.B. für Strom), die in den folgenden Jahren um jeweils 10 % sinken. Nach 5 Jahren soll die Maschine für 35.000 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine, verglichen mit einer anderen Maschine, die eine Rendite von 10 % pro Jahr verspricht?

Jahr	1	2	3	4	5
<b>Stückzahl</b>	4.300	6.800	7.900	10.400	17.600
<b>Verkaufspreis</b>	6,00 €	6,00 €	5,50 €	5,00 €	4,00 €
<b>variable Stückkosten</b>	3,20 €	3,10 €	3,10 €	3,05 €	2,90 €
<b>Einzahlungen</b>	25.800 €	40.800 €	43.450 €	52.000 €	70.400 €
<b>laufende Kosten</b>	2.000,00 €	1.800,00 €	1.620,00 €	1.458,00 €	1.312,20 €
<b>Auszahlungen</b>	15.760,00 €	22.880,00 €	26.110,00 €	33.178,00 €	52.352,20 €

**Auszahlungen:** *laufende Kosten + Stückzahl \* variable Stückkosten*

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Eine Produktionsmaschine kostet 85.000 €. Lieferung, Aufbau und Anschluss der Maschine kosten zusammen 3.500 €. Im ersten Jahr verursacht die Maschine 2.000 € an laufenden Kosten (z.B. für Strom), die in den folgenden Jahren um jeweils 10 % sinken. Nach 5 Jahren soll die Maschine für 35.000 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine, verglichen mit einer anderen Maschine, die eine Rendite von 10 % pro Jahr verspricht?

Jahr	1	2	3	4	5
<b>Stückzahl</b>	4.300	6.800	7.900	10.400	17.600
<b>Verkaufspreis</b>	6,00 €	6,00 €	5,50 €	5,00 €	4,00 €
<b>variable Stückkosten</b>	3,20 €	3,10 €	3,10 €	3,05 €	2,90 €
<b>Einzahlungen</b>	25.800 €	40.800 €	43.450 €	52.000 €	70.400 €
<b>laufende Kosten</b>	2.000,00 €	1.800,00 €	1.620,00 €	1.458,00 €	1.312,20 €
<b>Auszahlungen</b>	15.760,00 €	22.880,00 €	26.110,00 €	33.178,00 €	52.352,20 €
<b>Einzahlungsüberschuss</b>	10.040,00 €	17.920,00 €	17.340,00 €	18.822,00 €	18.047,80 €

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 4

Eine Produktionsmaschine kostet 85.000 €. Lieferung, Aufbau und Anschluss der Maschine kosten zusammen 3.500 €. Im ersten Jahr verursacht die Maschine 2.000 € an laufenden Kosten (z.B. für Strom), die in den folgenden Jahren um jeweils 10 % sinken. Nach 5 Jahren soll die Maschine für 35.000 € verkauft werden. Lohnt sich eine Investition in diese Maschine, verglichen mit einer anderen Maschine, die eine Rendite von 10 % pro Jahr verspricht?

Jahr	1	2	3	4	5
Einzahlungsüberschuss	10.040,00 €	17.920,00 €	17.340,00 €	18.822,00 €	18.047,80 €

- $$K_0 = -85.000 - 3.500 + \frac{10.040}{1,1} + \frac{17.920}{1,1^2} + \frac{17.340}{1,1^3} + \frac{18.822}{1,1^4} + \frac{18.047,8+35.000}{1,1^5}$$
- $$K_0 \approx \underline{\underline{-5.740,82}}$$

**Antwort:** Eine Investition in die Maschine lohnt sich nicht, da der Kapitalwert der Investition negativ ist.

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 5

Eine Produktionsmaschine kostet 9.500 €. Durch den Verkauf der hergestellten Produkte können jährliche Einzahlungsüberschüsse von 2.300 € erzielt werden. Ab einem Planungshorizont von wie vielen ganzen Jahren lohnt sich eine Investition in diese Maschine bei einem Kalkulationszinssatz von 2,6 %? Wie hoch ist der entsprechende Kapitalwert?

- $\frac{9.500}{2.300} \approx 4,13 \rightarrow n > 4,13$
- $K_0 = -9.500 + \frac{2.300}{1,026} + \frac{2.300}{1,026^2} + \frac{2.300}{1,026^3} + \frac{2.300}{1,026^4} + \frac{2.300}{1,026^5}$
- $K_0 \approx \underline{1.154,72}$

**Antwort:** Die Investition lohnt sich ab 5 ganzen Jahren, bei einem Kapitalwert von ca. 1.154,72.

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 6

Eine Investition erzielt nach einer Anfangsauszahlung von 250.000 € folgende Einzahlungsüberschüsse bzw. -defizite:

Jahr	1	2	3
Überschuss/Defizit	35.000 €	90.000 €	165.000 €

Alternativ könnten die 250.000 € so angelegt werden, dass daraus in drei Jahren durch exponentielle Verzinsung 300.000 € werden. Wie hoch ist der Kapitalwert der Investition?

### 1. Kalkulationszinssatz berechnen:

- $i = \sqrt[3]{\frac{300.000}{250.000}} - 1$
- $i \approx 0,0627$

## 4. Übungsaufgaben › Aufgabe 6

Eine Investition erzielt nach einer Anfangsauszahlung von 250.000 € folgende Einzahlungsüberschüsse bzw. -defizite:

Jahr	1	2	3
Überschuss/Defizit	35.000 €	90.000 €	165.000 €

Alternativ könnten die 250.000 € so angelegt werden, dass daraus in drei Jahren durch exponentielle Verzinsung 300.000 € werden. Wie hoch ist der Kapitalwert der Investition?

### 2. Kapitalwert berechnen:

- $$K_0 = -250.000 + \frac{35.000}{1,0627} + \frac{90.000}{1,0627^2} + \frac{165.000}{1,0627^3}$$
- $$K_0 \approx \underline{112,07}$$